

Yapısal Eşitlik Modellemesi

Ek Konular

Doç. Dr. Sedat Şen

SEM'de Ek Meseleler

- SEM büyük örneklemeler gerektirir. Tahmin edilen parametre sayısının en az on katı olan bir örneklem büyüklüğü önerilmektedir.
- Değişkenler eşit oranlı ya da eşit aralıklı olmalıdır. Sıralı ve sınıflama değişkenlerini de analiz edebilen kestirim yöntemleri de mevcuttur.
- ML yöntemi çok değişkenli normallik gerektirse de normal olmayan dağılımlar için kullanılabilecek yöntemler mevcuttur.

Kayıp Veri

- Kayıp veriyle başa çıkan yöntemler literatürde mevcut olsa da kayıp veri problemini önlemek adına dikkat edilmelidir.
- Kayıp veri ile baş etmeden çoklu atama (multiple imputation) ya da full estimation maximum likelihood (FIML) kestirim yöntemini tercih edebilirsiniz. İkisi de Mplus'ta mevcut.
- Mplus, tam bilgi maksimum olasılığını (FIML) kullanarak bazı değişkenlerin eksik değerlere sahip olduğu bir modeli tahmin etmek için kullanılabilir. 5.Sürümünden başlayarak bu varsayılan olarak yapılır, önceki sürümlerde bu tür bir tahmin type = missing; kullanılarak istenebilirdi. Bununla birlikte, bazı modellerde Mplus, herhangi bir yordayıcıda eksik değerlere sahip durumları çıkarır.

Kayıp Veri

Veri:

Variable	Obs	Mean	Std. Dev.	Min	Max
d1	200	.545	.4992205	0	1
x1	180	52.71111	9.388861	33	75
x2	188	52.35106	10.83193	26	71
count	177	1.615819	1.796265	0	7

Data:

syntax

File is d:\data\fiml_count.dat;

Variable:

Names are d1 x1 x2 count;

Missing are all (-9999);

count is count;

Model:

count on x1 x2 d1;

output

*** WARNING

Data set contains cases with missing on x-variables.

These cases were not included in the analysis.

Number of cases with missing on x-variables: 31

*** WARNING

Data set contains cases with missing on all variables except

x-variables. These cases were not included in the analysis.

Number of cases with missing on all variables except x-variables: 19

2 WARNING(S) FOUND IN THE INPUT INSTRUCTIONS

SUMMARY OF ANALYSIS

Number of groups

1

Number of observations

150

Uç Değerler

- Tek değişkenli ve çok değişkenli uçdeğerlerin (outliers) incelenmesi gerekir. z skorları ya da Mahalanobhis D değeri kullanılır.
- z değeri $> \pm 3$ ise
- Mahalanobhis D değerine dayalı ki-kare testi outmahap değeri < 0.001 ise çok değişkenli uç değer
- Mplus'ta `SAVE = MAHALANOBIS;` kullanılır.

Çok Değişkenli Normallik

- Çok değişkenli normallik SEM'deki bazı kestirim yöntemlerinin varsayımları arasında yer alır.
- Tek değişkenli (univariate) normallik yani göstergelerin ayrı ayrı normal olması gerekli ama yeterli değildir. Ayriyeten çok değişkenli normalliğin kontrol edilmesi ve sağlanması gerekir.
- Çok değişkenli normallik varsayımı sağlanmadığında standart hataların olduğundan küçük tahmin edilmesi, ki-kare değerinin ve uyum endekslerinin yanlış tahmini ortaya çıkabilir.

Çok Değişkenli Normallik

- Tek değişkenli normallik için çarpıklık (skewness) ve basıklık (kurtosis) değerleri $|2.0|$ 'nin altında olması önerilir. Çarpıklık için $|7.0|$ 'nin altında olması yeterli diyenler de vardır.
- Çok değişkenli normallik için Mardia's normalized coefficient (normalleştirilmiş katsayısı) gibi çok değişkenli basıklık değerlerinin 3'ten küçük olması yeterli görülür.
- Normallik ihlali durumunda alternatif kestirim yöntemleri kullanılabilir

Çok Değişkenli Normallik

TITLE: Çok Değişkenli Normallik Testi;

DATA: FILE = cfadata2.csv;

LISTWISE=ON;

VARIABLE: NAMES = id x1-x6;

USEVARIABLES = x1-x6;

CLASSES=C(1);

ANALYSIS: TYPE = MIXTURE;

MODEL: %Overall%

gorsel BY x1 x2 x3;

metinsel BY x4-x6;

OUTPUT: SAMPSTAT TECH13;

TWO-SIDED MULTIVARIATE SKEW TEST OF FIT

Sample Value	5.393
Mean	3.986
Standard Deviation	0.877
P-Value	0.1200

TWO-SIDED MULTIVARIATE KURTOSIS TEST OF FIT

Sample Value	47.822
Mean	46.937
Standard Deviation	1.879
P-Value	0.5700

UNIVARIATE SKEW AND KURTOSIS TESTS OF FIT

Çok Değişkenli Normallik Testi

```
R Console
> library(MVN)
> setwd("C:/Users/Lenovo/Desktop")
> cfadata=read.table("cfadata.txt")
> mvn(cfadata)
$multivariateNormality
      Test      Statistic      p value Result
1 Mardia Skewness 169.112005947387 2.7378189723394e-13 NO
2 Mardia Kurtosis  2.9241646749114 0.00345381977696402 NO
3          MVN          <NA>          <NA>      NO

$univariateNormality
      Test Variable Statistic  p value Normality
1 Shapiro-Wilk  V1      0.9928  0.1582      YES
2 Shapiro-Wilk  V2      0.9697 <0.001      NO
3 Shapiro-Wilk  V3      0.9523 <0.001      NO
4 Shapiro-Wilk  V4      0.9827 0.0011      NO
5 Shapiro-Wilk  V5      0.9769 1e-04      NO
6 Shapiro-Wilk  V6      0.9538 <0.001      NO

$Descriptives
      n      Mean Std.Dev Median      Min      Max      25th      75th      Skew
V1 301 4.935770 1.167432  5.000 0.6666667 8.500000 4.166667 5.666667 -0.2543455
V2 301 6.088040 1.177451  6.000 2.2500000 9.250000 5.250000 6.750000  0.4700766
V3 301 2.250415 1.130979  2.125 0.2500000 4.500000 1.375000 3.125000  0.3834294
V4 301 3.060908 1.164116  3.000 0.0000000 6.333333 2.333333 3.666667  0.2674867
V5 301 4.340532 1.290472  4.500 1.0000000 7.000000 3.500000 5.250000 -0.3497961
V6 301 2.185572 1.095603  2.000 0.1428571 6.142857 1.428571 2.714286  0.8579486

      Kurtosis
V1 0.30753382
V2 0.33239397
V3 -0.90752645
V4 0.08012676
V5 -0.55253689
V6 0.81655717
```

- Yandaki kodu yazarak R programı içerisinde MVN paketini kullanarak çok değişkenli normallik durumunu inceleyebilirsiniz.

SEM'de Ek Meseleler

- Regresyonda olduğu gibi ilişkiler doğrusal olmalı
- Çoklu doğrudaşlık (multicollinearity) problemi olmamalı
- Artık değer kovaryansları
 - küçük olmalı
 - sıfır etrafında toplanmalı
 - hataların simetrik dağılımları

Multicollinearity

Transformed Variables	V1	X1	X2	X3	X4	X5
V1	1					
X1	0.646	1				
X2	0.706	0.842	1			
X3	0.906	0.380	0.468	1		
X4	0.922	0.324	0.463	0.952	1	
X5	0.722	0.226	0.373	0.809	0.788	1

Modelinizdeki gözlenen değişkenler arasında çok yüksek (>0.85) korelasyonlar olup olmadığını kontrol ediniz. İki değişken arasında yüksek korelasyon olması bu değişkenlerden birinin modelden çıkarılmasını gerektirebilir.

Multicollinearity

- Kline (2014)'e göre çoklu doğrudanlık probleminin tespiti

Methods to detect collinearity among three or more continuous variables are summarized next. Most of these methods are available in regression diagnostics procedures of computer programs for general statistical analyses:

1. Calculate R^2 between each variable and all the rest. The observation that $R^2 > .90$ for a particular variable analyzed as the criterion suggests extreme multivariate collinearity.
2. A related statistic is **tolerance**, or $1 - R^2$, which indicates the proportion of total standardized variance that is unique. Tolerance values $< .10$ may indicate extreme multivariate collinearity.
3. Another statistic is the **variance inflation factor** (VIF), or $1/(1 - R^2)$, the ratio of the total standardized variance over the proportion of unique variance (tolerance). The variable in question may be redundant, if $VIF > 10.0$.

SEM'de Geçerlik ve Güvenirlik

- Klasik test teorisine dayalı güvenirlik (ör. Cronbach alfa) ve geçerlik (ör. ölçü-te dayalı geçerlik) yöntemlerinin yanında Omega katsayısı, **bileşik güvenirlik** (composite reliability; CR), ve **çıkarılan varyans ortalaması** (average variance extracted; AVE), gibi yapısal eşitlik modellemesine dayalı güvenirlik ve geçerlik kanıtlarına da başvurabiliriz.
- Bu değerler bir SEM modelinden elde edilen faktör yükleri kullanılarak hesaplanabilir. Bileşik güvenirlik (composite reliability; CR) ve Omega katsayısı ile güvenirlik için ve çıkarılan varyans ortalaması (average variance extracted; AVE) ile de geçerlik için yapısal eşitlik modellemesine dayalı kanıtlar sunulabilir.
- 0.5 üzerindeki AVE değerleri ile 0.7 üzerindeki CR ve Omega katsayısı değerleri kabul edilir değerlerdir.

SEM'de Güvenirlik Hesaplaması

- SEM'de Cronbach alfaya alternatif olarak önerilen güvenirlik katsayıları arasında **Coefficient Omega** (Omega katsayısı) değeri bulunmaktadır. Aşağıdaki formülle hesaplanır. Faktör yüklerinin toplamının karesinin faktör yüklerinin toplamının karesi ile ölçme hatalarının kareleri toplamına bölünmesi ile elde edilir.

$$\omega = \frac{(\sum \lambda_i)^2}{(\sum \lambda_i)^2 + (\sum \theta_{\delta_i}^2)}$$

SEM'de Güvenirlik Hesaplaması

- Göstergeleri arasında herhangi bir hata korelasyonu olmayan faktörler için **bileşik güvenirlik**, standartlaştırılmamış çözümde şöyle hesaplanır:

$$CR = \frac{(\sum \hat{\lambda}_i)^2 \hat{\phi}}{(\sum \hat{\lambda}_i)^2 \hat{\phi} + \sum \hat{\theta}_{ii}}$$

Burada $\sum \hat{\lambda}_i$ aynı faktörün göstergeleri arasındaki standartlaştırılmamış örüntü katsayılarının toplamı, $\hat{\phi}$ kestirilen faktör varyansı ve $\sum \hat{\theta}_{ii}$ ise standartlaştırılmamış hata varyanslarının toplamıdır. Göstergeler en az bir

SEM'de Güvenirlilik Hesaplaması

$$CR = \frac{(\sum_{i=1}^n L_i)^2}{(\sum_{i=1}^n L_i)^2 + (\sum_{i=1}^n e_i)}$$

Bu formülde $(\sum_{i=1}^n L_i)^2$ ifadesi standartlaştırılmış faktör yüklerinin toplamını aldıktan sonra karesinin alınması gerektiğini belirtmektedir. $\sum_{i=1}^n e_i$ teriminde ise hata varyanslarının toplamının alınması gerektiği belirtilmektedir. Bu formülün sözel olarak ifade edilişi: faktör yükleri toplamının karesinin faktör yüklerinin toplamının karesi artı hata varyanslarının toplamına bölünmesi CR değerini verir. Faktör yüklerinin toplamı 3.085, bu değerın karesi de 9.517'dir. Hata varyanslarının (0.962, 0.562, 0.853, 0.813, 0.188, 0.737) toplamı da 4.115'tir. Böylelikle $CR=3.085/(3.085+4.115)=0.428$ olur. Hair, Black, Babin ve Anderson'a (2014) göre 0.5 üzerindeki AVE değerleri ile 0.7 üzerindeki CR değerleri kabul edilir değerlerdir.

SEM'de Geçerlik Hesaplaması

- Hesaplama için daha basit bir alternatif, aynı faktöre bağlı göstergeler için standartlaştırılmış örüntü katsayılarının karelerinin ortalamasını oluşturan ancak diğer faktörlerin (basit göstergelerin) ölçülmesi için belirlenmemiş, **çıkarılan varyansın ortalamasıdır** (average variance extracted; AVE).
- AVE standartlaştırılmış katsayılara dayandığından, değerleri farklı örneklemlerdeki aynı göstergeler için doğrudan karşılaştırılabilir olmayabilir.

SEM'de Geçerlik Hesaplaması

$$AVE = \frac{\sum_{i=1}^n L_i^2}{n}$$

Burada L_i i 'den n 'ye kadar olan maddelere ait standartlaştırılmış faktör yüklerini n harfi de toplam madde sayısını temsil eder. Eşitlikte yer alan $\sum_{i=1}^n L_i^2$ ifadesi önce her maddenin standartlaştırılmış faktör yüklerinin karesinin alınması sonra da bu değerlerin toplanması gerektiğini belirtir. Tek faktörlü DFA modelinde 6 maddeye ait faktör yükleri sırasıyla 0.194, 0.662, 0.383, 0.432, 0.901 ve 0.513'tür. Bu yüklerin kareleri alındığında sırasıyla 0.038, 0.438, 0.147, 0.187, 0.812 ve 0.263 değerleri elde edilir. Dolayısıyla bu değerlerin toplamı 1.884 olur. Bu değer toplam madde sayısı olan 6'ya bölündüğünde AVE değeri 0.314 olarak elde edilir.

SEM'in Avantajları

- Gizli değişken başına birden fazla göstergeye sahip olarak ölçüm hatasını azaltmak için doğrulayıcı faktör analizi kullanımı
- grafik modelleme arayüzü
- tek tek katsayılar yerine genel olarak test modelleri
- çoklu bağımlı test modelleri
- dolaylı değişkenlerin modellenmesi
- çoklu denek grupları arasındaki katsayıları test etme imkanı

SEM'in Sınırlılıkları

- SEM doğrulayıcı bir yaklaşımdır
 - İlişkiler hakkında teori kurmuş olmanız gerekir
 - Keşif yöntemleri (örneğin model değişikliği), orijinal teorinin üstünde kullanılabilir
 - SEM nedensel değildir; deneysel tasarım = neden

SEM'in Sınırlılıkları

- Çok süslü bir tekniktir ancak kötü bir yöntemin telafisi değildir.
- Kovaryansların / korelasyonların kararlı tahminlerini almak için büyük olması gerekir
- Küçük ve orta boy modeller için 200 katılımcı.
- Tahmini parametre başına en az 10 vaka.
- Tahmini değişken başına en az 5 vaka yeterli olabilir fakat 10:1 daha iyidir
- Etki büyüklüğü ve gerekli istatistiksel güçten de etkilenir.

Model Örnekleri

- Basit doğrusal regresyon
 - Çoklu doğrusal regresyon
 - Yol (path) analizi
 - Açımlayıcı faktör analizi (EFA)
 - Doğrulayıcı faktör analizi (CFA)
 - Yapısal regresyon modeli (Structural regression)
 - Örtük değişim modelleri (Latent change models)
 - Çok düzeyli SEM (Multilevel SEM)
 - Aracılı ve düzenleyici SEM (Mediated and moderated SEM)
 - Çok örneklemlili SEM (Multi-group SEM)
- SEM Modelleri vs SEM dışı Modeller

SEM için Kullanılan Yazılımlar

SEM'in tahmin ve test edilme aşamalarındaki matematiksel işlemlerin kompleksliği sebebiyle SEM analizleri için bir bilgisayar programı kullanmak zorunluluktur:

- **Mplus** (www.statmodel.com)
- AMOS (www.spss.com/amos)
- EQS (www.mvsoft.com)
- LISREL (www.ssicentral.com)
- Mx
- R paketleri *sem* in R
- RAMONA
- SEPATH
- SAS (PROC CALIS)
- Stata

<http://www.hawaii.edu/sem/sem.html>

SEM'de Raporlama

- Modeli teorik ya da ampirik gerekçeleri
- Model belirlemeye ait açıklamalar
- Hangi göstergelerin hangi faktörlerle neden ilişkili olduğu
- Betimleyici istatistikler (N, örnekleme yöntemi, örneklem karakteristikleri, veri türü)
- Kestirim yönteminin varsayımlarının kontrol edilip edilmediği
- Kayıp veri ve baş etme durumu
- Verinize ait korelasyon matrisini (ortalama ve St.sapma değerleri ile birlikte)
- Hangi yazılımın kullanıldığı
- Hangi veri türünün (ham, korelasyon, kovaryans matrisi) kullanıldığı
- Hangi kestirim yönteminin kullanıldığı
- Model genel uyum indekslerinin değerleri (ki-kare, SRMR, RMSEA, CFI, TLI)
- Yerel uyum değerleri (MI, EPC, st. artıklar, Wald)
- Tamamıyla standartlaştırılmış parametre tahminleri (faktör yükleri, faktör varyansları/kovaryansları, hata varyansları) manidar olmayanları da ekleyerek sunulmalı
- Standart hata ve güven aralığı değerleri de sunulmalı